

Sasso Lorenzo

Tamburi Sergio Giovanni

MOTORE DI STIRLING

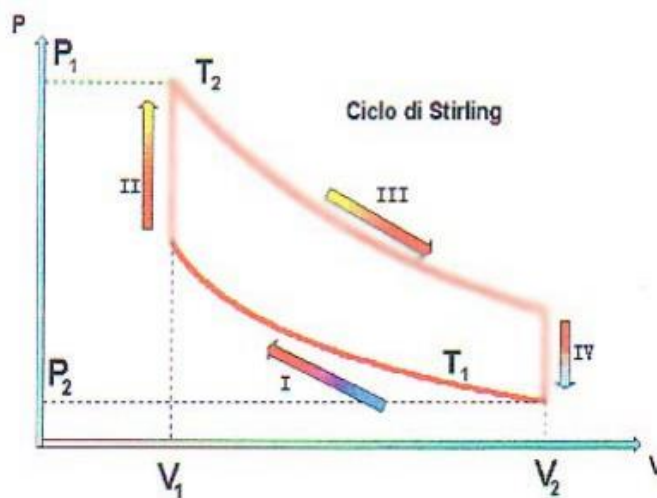
INTRODUZIONE, SCOPO DELL'ESPERIENZA

Lo scopo della nostra esperienza è studiare e analizzare le varie fasi del ciclo termodinamico di Stirling e calcolare il rendimento del motore, quindi confrontare le efficienze del ciclo sia di quando funziona come motore termico, sia di quando funziona come pompa di calore o macchina frigorifera.

IL CICLO DI STIRLING

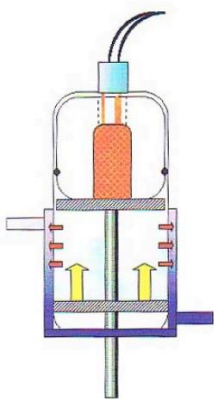
La prima macchina inventata in con questo principio fu brevettata nel 1916 dal reverendo Robert Stirling, peculiarità di questo ciclo è che è caratterizzato da una combustione esterna, e dal fatto che sia un ciclo chiuso, quindi a differenza di cicli come quello diesel o di otto, il gas operante all'interno del ciclo non cambia.

Il ciclo era stato teorizzato sul seguente ciclo rappresentato sul piano di Clapeyron:



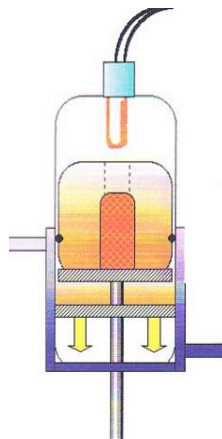
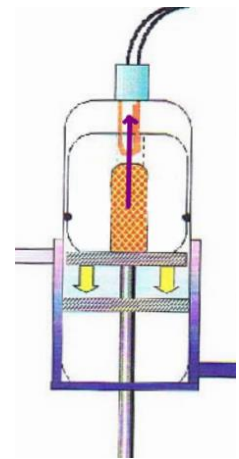
Tuttavia la difficoltà ingegneristica di riuscire ad ottenere questo ciclo teorico non è mai stata sormontata, in quanto ancora oggi il ciclo di Stirling reale sul quale andremo a fare le nostre indagini somiglia molto più ad un grande fagiolo schiacciato che a questo ciclo teorico.

ecco quindi le quattro fasi del ciclo:



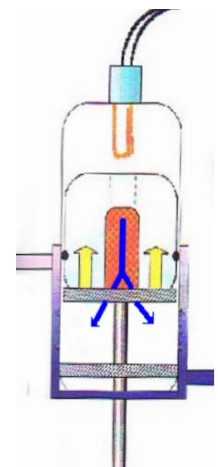
PRIMA FASE: Il pistone di lavoro si muove verso l'alto e comprime l'aria che, riscaldandosi cede calore all'acqua di raffreddamento si tratta di una trasformazione isoterma con aumento di pressione e diminuzione di volume.

SECONDA FASE: il pistone di lavoro si ferma e il pistone di spostamento si muove verso il basso, spostando l'aria dalla parte inferiore a quella superiore, quest'ultima attraversando la lana di rame assorbe calore, si tratta di una trasformazione isocora con aumento di temperatura e pressione



TERZA FASE: il pistone di spostamento si ferma mentre il pistone di lavoro si muove verso il basso per effetto dell'espansione dell'aria calda, l'energia termica in questa fase (detta fase attiva) viene trasformata in energia meccanica, che viene trasferita al volano. Il raffreddamento dell'aria che ne consegue è compensato dal calore ceduto dalla resistenza calda che si trova nella parte superiore del motore, si tratta di una trasformazione isoterma con aumento di volume e diminuzione di pressione.

QUARTA FASE: quando il pistone di lavoro ha raggiunto il punto inferiore si ferma e il pistone di spostamento si muove verso l'alto spostando l'aria dalla parte superiore a quella inferiore più fredda che cede quindi calore alla lana di rame, si tratta di una trasformazione isocora con diminuzione di temperatura e volume.



CALCOLO GENERICO DEL RENDIMENTO DI UNA MACCHINA TERMODINAMICA

Ogni macchina termica reversibile, in opportune condizioni, genera un lavoro meccanico, tuttavia nessuna macchina, manco teoricamente, riesce a trasformare completamente tutto il calore assorbito in lavoro prodotto, una parte viene necessariamente persa. La grandezza che definisce quanto del calore assorbito verrà convertito in lavoro si chiama rendimento $[\eta]$, così definito:

$$\eta = \frac{\Delta L_{TOT}}{\Delta Q_{ASS}}$$

Nel ciclo di Stirling il lavoro è compiuto solo lungo i rami isotermi, mentre il calore è scambiato sia nelle tratte isoterme che in quelle isocore. Otteniamo quindi:

$$\eta = \frac{nR(T_C - T_F) \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)}{nRT_C \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right) + nC_v(T_C - T_F)}$$

Attraverso l'inserimento della lana di rame minimizzo, fino a renderla trascurabile, la parte evidenziata nella relazione, ottengo quindi:

$$\eta = \frac{T_C nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right) - T_F nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)}{T_C nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)} = 1 - \frac{T_F nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)}{T_C nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

Come espressione finale ottengo quella del rendimento generico ipotizzata da Carnot, uguale per tutte le macchine reversibili.

MOTORE A REGIME E FRENATO

Metodologia sperimentale

Una volta avviato il motore, si aspetta che esso arrivi a regime, e si stima la velocità media di regime; per far ciò, una volta avviato il motore si contano, ad intervalli di 1 minuto, quanti giri fa l'albero del motore ogni trenta secondi.

Fisica dell'esperienza

In questa parte dell'esperienza non andremo a studiare grandezze relative alla termodinamica, ma solamente relative alla meccanica classica, in quanto andremo a studiare il rendimento come un rapporto tra potenze, che va secondo questa relazione:

$$\eta = \frac{P_{\text{entrata}}}{P_{\text{uscita}}}$$

Come potenza immessa, quindi come fonte di calore caldo, utilizzeremo una resistenza elettrica, e supporremo che il flusso di calore generato sia completamente rivolto verso la macchina. La potenza elettrica immessa segue la seguente relazione:

$$P = VI$$

Per la potenza in uscita invece andremo innanzitutto a stimare il momento meccanico dell'albero motore, attraverso il metodo del freno dinamometrico; difatti sappiamo che:

$$M\omega = M\omega' + F \frac{d}{2} \omega' \Rightarrow M = \frac{F d \omega'}{2(\omega - \omega')}$$

Successivamente invece stimiamo la potenza della coppia motore, di intensità:

$$P = M\omega$$

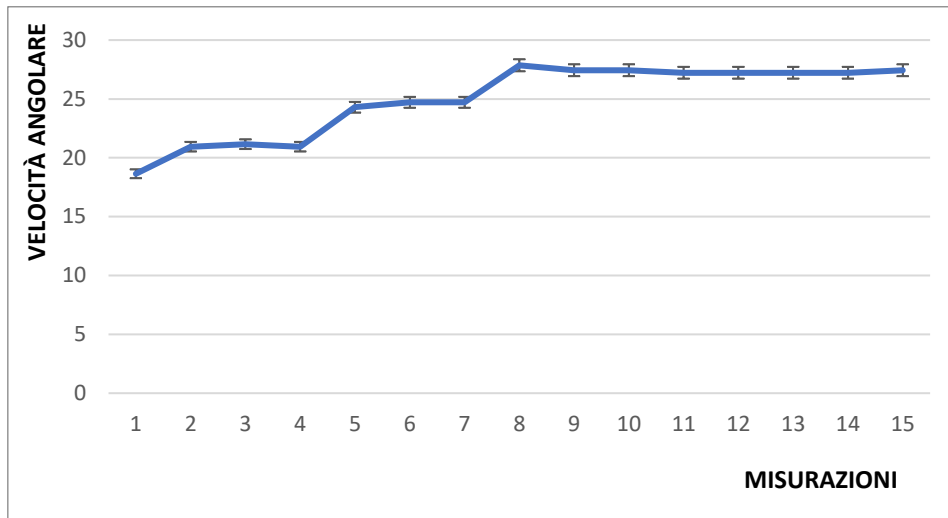
Dati ottenuti

- Avviamento a regime

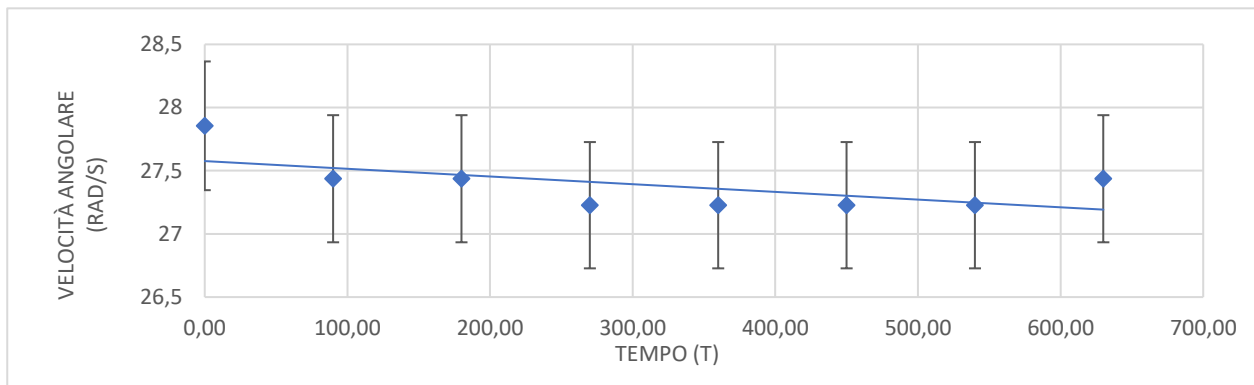
Avviamo la macchina di Stirling, dopo un minuto iniziamo prendere un parziale sui giri, contando, con un contagiri il numero di giri in un intervallo di tempo di trenta secondi, aspettiamo poi un minuto per rifare la misurazione; ottengo quindi i seguenti dati:

INTERVALLO DI TEMPO [s]	TEMPO INIZIO[s]	NUMERO DI GIRI [n]	VELOCITÀ ANGOLARE [rad/s]
30,0±0,5	0±0,3	89±1	18,6±0,4
30,0±0,5	90	100±1	20,9±0,4
30,0±0,5	180	101±1	21,2±0,4
30,0±0,5	270	100±1	20,9±0,4
30,0±0,5	360	116±1	24,3±0,5
30,0±0,5	450	118±1	24,7±0,5
30,0±0,5	540	118±1	24,7±0,5
30,0±0,5	630	133±1	27,9±0,5
30,0±0,5	720	131±1	27,4±0,5
30,0±0,5	810	131±1	27,4±0,5
30,0±0,5	900	130±1	27,2±0,5
30,0±0,5	990	130±1	27,2±0,5
30,0±0,5	1080	130±1	27,2±0,5
30,0±0,5	1170	130±1	27,2±0,5
30,0±0,5	1260	131±1	27,4±0,5

Faccio quindi il plot dei dati e ottengo il seguente grafico:



Mi accorgo quindi che dopo l'ottava misurazione il motore tende ad una fase stazionaria di regime; vado quindi a studiare questa fase cercando di fare un fit lineare sui dati evidenziati nella tabella precedente; ottengo il seguente grafico, con la seguente linea di tendenza:



Suppongo che sia approssimabile ad una retta stazionaria, vado quindi a svolgere un test z di gauss per vedere se la retta sia effettivamente approssimabile:

Z CRITICO	$\pm 1,96$
COEFF.ANGOLARE	$-0,00060 \pm 0,00086$
COEFF.ANGOLARE TEORICO	$0,000000 \pm 0,000001$
Z	0,69
ALPHA	0,05
DP	6
X2 CRIT (1 Coda)	12,6
X2 OTTENUTO	0,79

I risultati ottenuti giacciono ampiamente all'interno dei valori critici, quindi posso affermare che il motore sia arrivato a regime.

- Motore frenato

Iniziamo quindi a frenare il motore attraverso un freno dinamometrico, cercando di mantenere l'intensità del freno più costante possibile, procedendo in questo modo:

1. Misuro per 30 s a motore non frenato per vedere se il motore è a regime
2. Aspetto 60 s

3. Misuro per 30 s a motore frenato
4. Aspetto 60 s
5. Riinizio

La forza media applicata è:

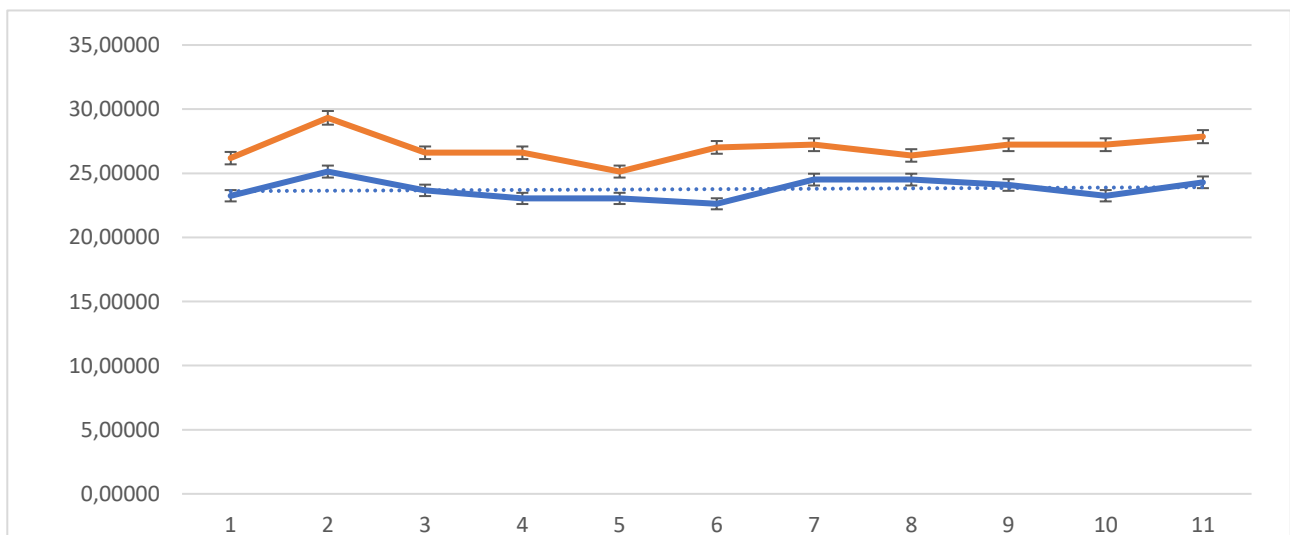
FORZA MEDIA [N]	2,943 ± 0,049
-----------------	---------------

Ottingo questa serie di dati:

NON FRENATO			FRENATO		
[n]	[ω]	[σ(ω)]	[n]	[ω]	[σ(ω)]
127±1	26,5988	0,49030	Err		
125±1	26,1799	0,48399	111±1	23,24779	0,49600
124±1	25,9705	0,48085	Err		
130±1	27,2271	0,49979	Err		
140±1	29,3215	0,53168	120±1	25,13274	0,54637
127±1	26,5988	0,49030	113±1	23,66666	0,50193
127±1	26,5988	0,49030	110±1	23,03835	0,50497
120±1	25,1327	0,46832	110±1	23,03835	0,47714
129±1	27,0177	0,49662	108±1	22,61947	0,51512
130±1	27,2271	0,49979	117±1	24,50442	0,50998
126±1	26,3894	0,48714	117±1	24,50442	0,49428
130±1	27,2271	0,49979	115±1	24,08554	0,51184
130±1	27,2271	0,49979	111±1	23,24779	0,51584
133±1	27,8555	0,50931	116±1	24,29498	0,52268

I dati contrassegnati come (Err) sono state misurazioni non portate a termine.

Cerco di vedere se il motore frenato ha un andamento comparabile con quello di un motore a regime stazionario, facendo un fit lineare per confrontarlo con un andamento teorico, ottengo quindi questo grafico:



(ho omesso le misurazioni nulle)

COEFFICIENTE LINEARE	0,001 ± 0,002
COEFF. LIN. TEORICO	0,000 ± 0,001
Z	1,84

Z CTITICO	1,96
X2 CRITICO	16,9
DP	9
X2 OTTENUTO	16

E questi dati relativi al fit:

Posso quindi affermare l'ipotesi che il motore sia a regime, anche quando frenato, prendo quindi come valori di velocità:

VELOCITÀ MEDIA FRENATA [RAD/S]	$23,72 \pm 0,85$
VELOCITÀ MEDIA REGIME [RAD/S]	$26,85 \pm 0,83$

Applicando l'equazione riportata prima ottengo:

MOMENTO D'INERZIA	$0,314 \pm 0,019$
POTENZA SVILUPPATA	$7,466 \pm 0,517$

Ricerca della potenza in entrata

Una volta noti tutti i dati per la potenza in uscita, vado a leggere sul multimetro i valori necessari per calcolare la potenza in entrata:

INTENSITÀ DI CORRENTE[A]	$11,2 \pm 0,1$
TENSIONE [V]	$10,1 \pm 0,1$
POTENZA IN ENTRATA[W]	$113,12 \pm 1,51$

Risultati

Una volta fatto il rapporto tra la potenza in entrata e quella in uscita ottengo il rendimento medio:

RENDIMENTO	$0,066 \pm 0,005$
------------	-------------------

POMPA DI CALORE E CICLO FRIGORIFERO

Procedura sperimentale e teoria:

In questa fase dell'esperienza abbiamo utilizzato il motore di Stirling come pompa di calore e come macchina frigorifera per calcolare l'efficienza della pompa di calore e quella della macchina frigorifera.

La macchina viene utilizzata al contrario rispetto alla prima fase dell'esperienza: viene fornita energia meccanica al volano per ottenere energia termica, utilizzando la macchina come pompa di calore o come macchina frigorifera, a seconda del verso della rotazione. Questo fatto viene registrato da un termometro ad alcool (sensibilità 1°C) inserito nella parte superiore al posto della fonte di calore, in modo da misurare la variazione temperatura.

Quando viene utilizzato come pompa di calore, il motore, assorbe calore dall'acqua e lo trasmette al gas che si riscalda. Viceversa, nel ciclo frigorifero il motore fornisce calore all'acqua sottraendolo dal gas che si raffredda.

Procedura:

1. Collegare il volano ad un motore elettrico (dotato di una funzione per invertire il senso di rotazione e di un regolatore di velocità) con una cinghia di trasmissione
2. Portare il motore a regime verificando i giri/minuto
3. Nella prima fase in cui il motore funziona come macchina frigorifera il volano deve girare in senso orario
4. Misurare quindi la diminuzione della temperatura in funzione del tempo prendendo un dato ogni 3s fino a quando il valore della temperatura si stabilizza intorno al valore minimo
5. Fermare il motore e invertire il senso di rotazione (antiorario) per far partire la pompa di calore
6. Misurare sempre la temperatura ogni 3s fino ad un valore limite massimo
7. Ripetere la procedura una seconda volta sia per la macchina frigorifera che per la pompa di calore.

Analisi dati:

Quando abbiamo raccolto i dati abbiamo ricavato il grafico che si vede qui sotto che mette T in funzione del tempo, come si può osservare da quest'ultimo, però, ci sono delle zone in cui la temperatura cresce o decresce in modo non lineare a causa del fatto che il sistema non è adiabatico. Quindi non abbiamo utilizzato tutti i dati raccolti ma solo quelli che più si avvicinano ad un andamento lineare cioè quelli intorno alla temperatura ambiente (dati evidenziati in giallo nelle tabelle)

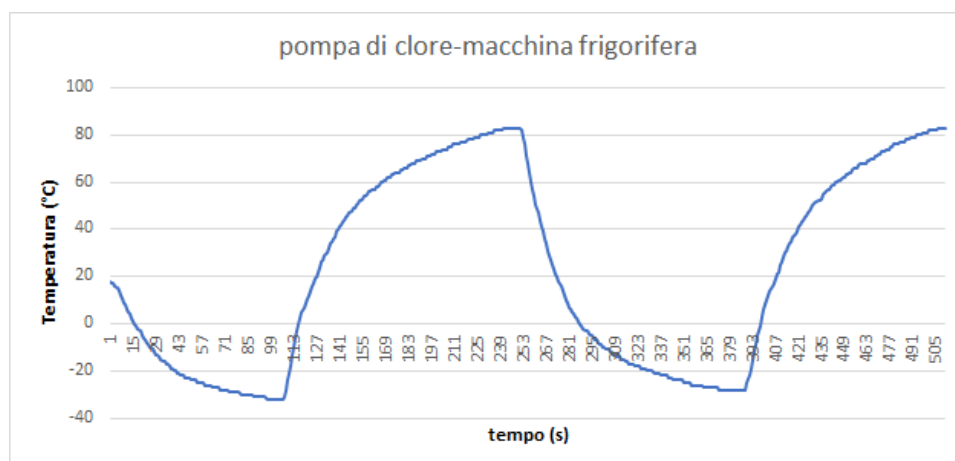


Tabella dei valori delle rette dai fit lineari $y=a+b*x$			
1° salita			
a	Sig a	b	Sig b
-2,504	0,453	0,585	0,012
2° salita			
a	Sig a	b	Sig b
0,457	0,452	0,601	0,012
2° discesa			
a	Sig a	b	Sig b
38,35	-0,45	-0,601	0,012

TEST STATISTICI:

Test del Chi quadro per la prima salita:

- Ipotesi H0: i valori attesi (quelli del fit lineare) differiscono solo per effetto del caso da quelli misurati in laboratorio
- Il livello di significatività è 0,05
- I gradi di libertà sono 19
- Il valore del chi quadro calcolato è: 13,33
- Il valore critico del chi quadro è 30,1
- Conclusione: accetto l'ipotesi H0 perché il valore del chi quadro rientra tra i valori critici, considero il fit lineare come buona approssimazione dei dati raccolti

Test del Chi quadro per la seconda salita:

- Ipotesi H0: i valori attesi (quelli del fit lineare) differiscono solo per effetto del caso da quelli misurati in laboratorio
- Il livello di significatività è 0,05
- I gradi di libertà sono 19
- Il valore del chi quadro calcolato è: 22,28
- Il valore critico del chi quadro è 30,1
- Conclusione: accetto l'ipotesi H0 perché il valore del chi quadro rientra tra i valori critici, considero il fit lineare come buona approssimazione dei dati raccolti

Test del Chi quadro per la seconda discesa:

- Ipotesi H0: i valori attesi (quelli del fit lineare) differiscono solo per effetto del caso da quelli misurati in laboratorio
- Il livello di significatività è 0,05
- I gradi di libertà sono 19
- Il valore del chi quadro calcolato è: 27,23
- Il valore critico del chi quadro è 30,1

- Conclusione: accetto l'ipotesi H0 perché il valore del chi quadro rientra tra i valori critici, considero il fit lineare come buona approssimazione dei dati raccolti

Test di compatibilità per i coefficienti angolari delle rette

TEST NORMALE tra la prima salita e la seconda salita:

- Ipotesi nulla: devo verificare che la differenza tra i coefficienti angolari delle rette sia poco rilevante
- Livello di significatività 0,05
- Valore di Z calcolato 0,943
- Il valore critico è 1,96
- Conclusione: accetto l'ipotesi nulla, i coefficienti angolari sono compatibili quindi l'efficienza della pompa di calore risulterà compatibile calcolato in entrambi i casi

TEST NORMALE tra la prima salita e la seconda discesa:

- Ipotesi nulla: devo verificare che la differenza tra i coefficienti angolari delle rette sia poco rilevante
- Livello di significatività 0,05
- Valore di Z calcolato è -0,943
- I valori critici sono -1,96 e 1,96
- Conclusione: accetto l'ipotesi nulla, i coefficienti angolari sono compatibili quindi l'efficienza della pompa di calore risulterà compatibile con quella della macchina frigorifera

TEST NORMALE tra la seconda salita e la seconda discesa:

- Ipotesi nulla: devo verificare che la differenza tra i coefficienti angolari delle rette sia poco rilevante
- Livello di significatività 0,05
- Valore di Z calcolato è 0,000
- I valori critici sono -1,96 e 1,96
- Conclusione: accetto l'ipotesi nulla, i coefficienti angolari sono compatibili quindi l'efficienza della pompa di calore risulterà compatibile con quella della macchina frigorifera

TEST Z 1S-2S
0,942809042
TEST Z 1S-2D
-0,942809042
TEST Z 2S-2D
0,000000000

Risultati

Il rapporto della variazione di temperatura nel tempo della pompa di calore risulta quindi essere: (0,593 +- 0,012)

Il rapporto della variazione di temperatura nel tempo della macchina frigorifera risulta (-0,601 +- 0,012)

Le due grandezze sono compatibili quindi risultano essere confrontabili anche le efficienze della pompa di calore e della macchina frigorifera.

CICLO EFFETTIVO

Procedura

Sulla terza macchina sono montati dei sensori di pressione e volume, una volta che il motore arriva a regime, un programma raccoglie i dati ad intervalli di tempo fissati, e li salva su un foglio di lavoro. Successivamente analizziamo i dati ottenuti.

Per andare poi a studiare l'efficienza del ciclo, ne calcoliamo la potenza, e poi la rapportiamo con la potenza in entrata.

Teoria

Un altro modo per calcolare il lavoro meccanico teorico generato da una macchina elettrica è quello di studiare il ciclo effettivo che il motore compie.

Sappiamo che il lavoro compiuto da un ciclo termodinamico è:

$$L = \oint p dV$$

Quindi se andiamo a studiare l'area sottesa al ciclo effettivo sul piano di Clapeyron possiamo, con buone approssimazioni, stimare il lavoro medio di un ciclo.

una volta conosciuto il lavoro possiamo ricavare la potenza come:

$$P = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

E infine possiamo ricavare il rendimento come rapporto tra potenza in entrata e potenza in uscita.

Dati ottenuti

Ci forniamo di un logbook di matematica per calcolare e i risultati per i cicli sono i seguenti:

	LAVORO[J]
1 CICLO	3,89219
2 CICLO	3,91313
3 CICLO	3,96744
4 CICLO	3,87577
5 CICLO	3,95362
6 CICLO	3,92323

Supponendo che i cicli, per effetto del caso si distribuiscano attorno al valore medio in modo naturale, ottengo:

LAVORO MEDIO [J]	3,92090±0,0351
------------------	----------------

Analisi dati

Conoscendo il lavoro medio e il periodo medio (letto sui dati forniti dalla macchina):

PERIODO MEDIO [s]	0,240±0,005
-------------------	-------------

ne derivo la potenza media:

POTENZA MEDIA [W]	16,34±0,37
-------------------	------------

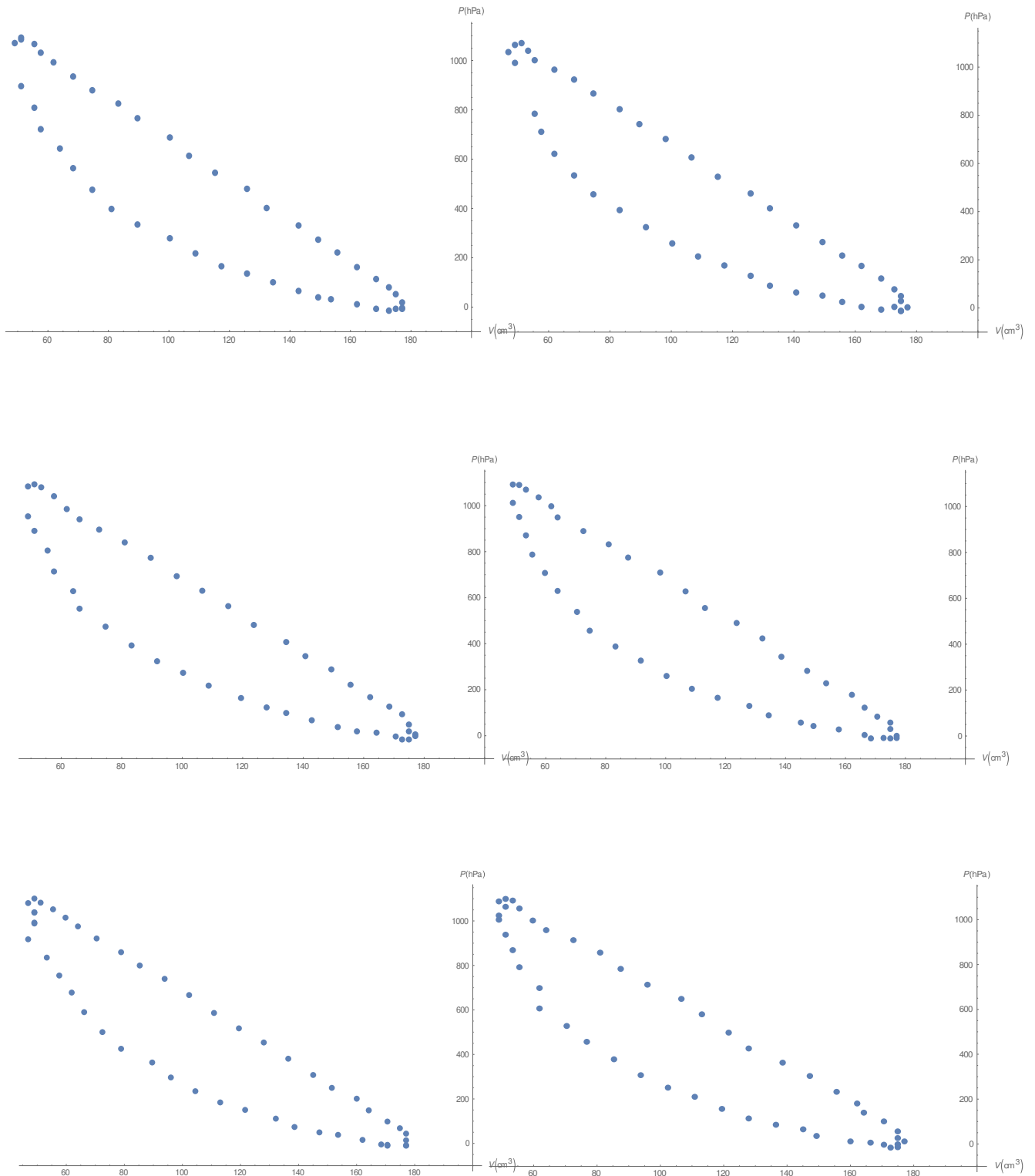
Sul multimetro leggo i valori di intensità e tensione, e li uso per calcolare la potenza elettrica in entrata:

POTENZA IN ENTRATA [W]	119,48 ± 1,55
------------------------	---------------

E quindi stimo il rendimento medio come rapporto di potenze:

RENDIMENTO [W]	$0,1367 \pm 0,0036$
----------------	---------------------

Eco i grafici dei cicli termodinamici sui quali abbiamo calcolato il lavoro medio della macchina:



CONCLUSIONI

Durante la prima parte dell'esperienza, siamo andati a cercare il rendimento effettivo sperimentalmente, abbiamo però notato che rispetto al rendimento teorico è molto inferiore, ciò può essere dovuto dal fatto che la nostra corda era tesa anche dal lato opposto o che una parte di potenza è stata dissipata dagli attriti dei cuscinetti.

Durante la seconda parte dell'esperienza siamo andati a cercare se ci fosse stata una relazione tra la variazione di temperatura generata dalla macchina termica in un intervallo di tempo; fatto ciò sia per la pompa di calore che per la macchina frigorifera, abbiamo visto che è possibile confrontare i coefficienti angolari delle rette in un intorno della temperatura ambiente, sapendo che esiste una relazione del tipo:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} \propto \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Possiamo affermare che le efficienze della pompa di calore e della macchina frigorifera sono compatibili e confrontabili.

Nella terza parte dell'esperienza abbiamo messo in relazione la Potenza meccanica prodotta dal motore con la potenza elettrica in entrata, in modo da poter ricavare il rendimento effettivo di un ciclo di Stirling algebricamente, abbiamo visto risulta compreso all'interno di un valore teorico che oscilla tra il 10% e il 20%.

COMMENTI, CORREZIONI QUALITATIVE ED ASSUNZIONI

Resistenza degli strumenti di misurazione

Gli strumenti di misurazione nella terza macchina sottraggono una parte di lavoro alla macchina stessa per poter lavorare. L'efficienza di tale macchina quindi dovrebbe essere un poco maggiore.

Differenza tra efficienze

Ci possono essere più motivi per i quali le due efficienze non siano comparabili; primo tra i quali il fatto che la forza frenante da noi impressa non arrivasse solamente dal capo della corda attaccata al dinamometro ma in parte anche dal capo opposto, in quanto in certe situazioni, ci siamo ritrovati a dover applicare una minima forza per non far scorrere il filo; un altro motivo potrebbe essere la leggera differenza di potenza in entrata, in quanto è noto che a caratteristici intervalli di potenza il motore ha un'efficienza maggiore. Queste correzioni però possono portare solamente lievi correzioni, ma un motivo sostanziale per giustificare la variazione di efficienza potrebbe essere il fatto che stiamo comparando l'efficienza di una macchina con l'efficienza di un ciclo: difatti la potenza meccanica, sviluppata unidimensionalmente in uscita dal ciclo viene convertita in un moto circolare, questa trasformazione porta, quasi sicuramente una dissipazione di energia per via degli attriti.

Differenza tra temperature di equilibrio nel ciclo frigo, pompa di calore:

la macchina arriva ad una temperatura minima di -32 gradi ed una massima di 83 gradi: questo fa sì che ci sia una differenza di temperatura in negativo di 50 gradi, mentre in positivo di 60: probabilmente ciò è dovuto che tra l'aria presente all'interno del motore è presente anche del vapore acqueo, che a pressione ambiente e ad una temperatura di zero gradi tende a congelare, ma ciò non è reso possibile per il fatto che il ciclo cambia molto velocemente pressione e temperatura. Una parte del calore che dovrebbe essere fornito alla camera con il termometro viene trattenuto quindi come calore latente di solidificazione.

TABELLE DATI

Pompa di Calore

Questi dati sono tutti relativi alle temperature che un termometro rileva, una volta posto ad un'estremità della macchina termica, l'incertezza è di ± 1 grado.

la lunghezza delle colonne è varia, perché variava il tempo con il quale la macchina si assestava ad un termostato.

1° DISCESA	1° SALITA	2° DISCESA	2° SALITA
18	-31	83	-28
17	-28	82	-25
17	-24	79	-22
16	-21	76	-19
15	-18	71	-15
14	-13	68	-12
12	-10	64	-9
11	-6	60	-5
9	-3	57	-3
8	0	54	-1
6	2	50	3
5	5	47	6
4	7	44	8
2	9	41	10
1	11	39	12
0	12	36	14
-1	14	34	16
-2	16	31	17
-3	17	29	19
-5	19	27	21
-6	20	25	22
-7	22	23	25
-8	24	21	26
-9	26	20	28
-10	27	18	30
-10	29	16	31
-11	30	14	33
-12	32	12	34
-13	34	10	35
-13	35	9	37
-14	36	7	38
-15	37	6	39,5
-16	39	5	41
-16	40	4	42
-17	41	3	43
-17	42	2	44
-18	43	1	45
-19	44	0	46
-19	45	-1	47
-20	46	-2	48
-20	47	-3	49

-21	48	-3	50
-21	49	-4	51
-22	49	-5	51,5
-22	50	-5	52
-22	51	-6	52
-23	52	-7	53
-23	52	-7	55
-23	53	-8	55,5
-24	54	-9	56
-24	54	-9	57
-24	55	-10	57
-24	56	-10	58
-25	56	-11	58,5
-25	57	-11	59
-25	57	-12	60
-25	58	-12	60
-25	58	-13	61
-26	59	-13	61
-26	60	-14	62
-26	60	-14	62
-26	61	-14	63
-27	61	-15	63
-27	62	-15	64
-27	62	-15	64
-27	62	-16	65
-27	63	-16	66
-28	63	-17	66
-28	64	-17	66
-28	64	-17	67
-28	64	-18	68
-28	65	-18	68
-28,5	65	-18	68
-29	66	-18	68
-29	66	-19	69
-29	66	-19	69
-29	67	-19	70
-29	67	-19	70
-29	68	-20	70
-29,5	68	-20	71
-30	68	-20	71
-30	69	-20	72
-30	69	-21	72
-30	69	-21	73
-30	70	-21	73
-30	70	-21	73
-30	70	-22	74
-30,5	71	-22	74
-31	71	-22	75
-31	71	-22	75
-31	72	-22	76
-31	72	-23	76

-31	72	-23	76
-31	73	-23	76
-31	73	-24	77
-31,5	73	-24	77
-32	73	-24	77
-32	74	-24	77
-32	74	-24	78
-32	74	-24	78
-32	75	-25	78
-32	75	-25	79
-32	75	-25	79
-32	76	-25	79
-32	76	-25	80
-32	76	-26	80
	76	-26	80
	76	-26	80
	77	-26	81
	77	-26	81
	77	-26	81
	77	-26,5	81
	78	-27	82
	78	-27	82
	78	-27	82
	78	-27	82
	78	-27	82
	79	-27	82
	79	-27	83
	79	-27	83
	79	-27	83
	80	-27	83
	80	-27	83
	80	-28	83
	80	-28	83
	80	-28	83
	81	-28	83
	81	-28	83
	81	-28	
	82	-28	
	82	-28	
	82	-28	
	82	-28	
	82	-28	
	82	-28	
	83	-28	
	83	-28	
	83	-28	
	83	-28	
	83		
	83		
	83		
	83		